

# 非可換空間上の流体力学

齋藤 麻由美（お茶の水女子大学リサーチフェロー）

## 要旨：

本研究では、流体力学の運動方程式に空間の非可換性を導入した「非可換空間上の流体力学」を研究対象としている。南部博士の晩年の仕事に、Area Preserving Diffeomorphism の観点から非圧縮性流体の流体力学とハミルトニアンダイナミクスの類似性を用いた考察がある。本研究では、南部博士の提案した新しい流体力学の見方をもとに流体の運動方程式をポアソン括弧で書き直し、さらにポアソン括弧をモヤル (Moyal) 括弧に置き換えることで非可換空間上の流体力学を考えた。その結果、非圧縮性流体のナビエ・ストークス方程式に新たな補正項が現れることが分かった。

モヤル括弧の導入は、量子化の手続きに相当する。通常、モヤル積は正準共役量の量子化として用いられるが、流体力学に適用した場合にオペレーターとなるのは位置座標  $x$  と  $y$  である。今回得られた補正項を含む運動方程式は、量子力学の不確定性関係との類推から「ある最小サイズ」を持った流体の流れと考えることができるが、これを粉粒体のモデルとして非可換空間上の流体理論を応用出来るのではないかと我々は期待した。通常、粉粒体の振る舞いは離散的な粒子の集合として扱われることが多いが、本理論では流体力学を出発点としており、さらに空間の非可換性を取り入れた観点からのアプローチは今までにない試みと言える。

続いて、モヤル積を導入した非圧縮性流体の運動方程式を、数値シミュレーション解析によって調べた。今回は簡単化の為 2次元流体の場合とした。境界条件として砂時計のような滑らかなスリットをもつ境界条件を用意して、最小サイズに相当する「非可換パラメーター $\theta$ 」の値を変えることで非可換化による効果を変化させ、流れの振る舞いの違いを調べた。解析手法は、フラクショナルステップ法によってナビエ・ストークス方程式を数値的に解いた。

## 参考文献：

1. M.S., A. Sugamoto, K. Bamba, [Prog. Theor. Exp. Phys. 2014, 103B03], [arXiv: 1408.3885v2]
2. Tetuya Kawamura, Anna Kuwana, Yusaku Nagata, Mayumi Saitou and Akio Sugamoto, [arXiv: 1612.01831]